Agnieszka Bojarska-Sokołowska
https://orcid.org/0000-0003-3864-2263

DOI: 10.34866/eas1-c523

Interaktywna forma zajęć wspomagająca motywację studentów kierunku edukacja wczesnoszkolna do rozwiązywania problemów matematycznych

An interactive form of classes supporting the motivation of early school education students to solve mathematical problems

Key words: mathematical education, interactive education, motivating students.

Abstract: The study presents a method of motivating students of early childhood education to solve mathematical problems on their own. Interactive classes were proposed, during which students solved mathematical problems on individual thematic islands. While learning, they made use of the manipulation of objects. The research was carried out in the action research procedure. The results of the study were described in four areas of the researcher's activities: preparation of the learning environment (research organization), observation of the respondents, communication with students (interviews with students), use of the results.

Słowa kluczowe: edukacja matematyczna, interaktywne kształcenie, motywowanie studentów.

Streszczenie: W opracowaniu przedstawiono sposób motywowania studentów kierunku edukacja wczesnoszkolna do samodzielnego rozwiązywania problemów matematycznych. Zaproponowano interaktywne zajęcia, podczas których studentki rozwiązywały problemy matematyczne na poszczególnych wyspach tematycznych. Podczas uczenia się wykorzystywały manipulowanie przedmiotami. Badanie zrealizowano w procedurze action reasearch. Wyniki badania opisano w czterech zakresach czynności badacza: przygotowanie środowiska uczenia się (organizacja badań), obserwacja badanych, komunikacja ze studentami (wywiady ze studentami), wykorzystanie wyników.

Wstęp. Interaktywna forma zajęć wspomagająca motywację uczniów/studentów

Współcześnie poszukuje się różnych form i metod motywowania i podnoszenia efektywności kształcenia uczniów/studentów. Jedną z nich może być przedstawiona poniżej forma – interaktywnego uczenia się. Jej początki sięgają do XIX-wiecznych muzeów z kolekcjami oraz prywatnych zbiorów i gabinetów otwieranych dla publiczności w celu przybliżenia im osiągnięć nauki[1]. Koncepcja interaktywnego sposo-

[1] J. Kruk, *Eksploratorium jako miejsce alternatywnego uczenia się na przykładzie projektu Artefaktum, w: Uczenie się jako przedsięwzięcie na całe życie,* red. T. Bauman, Oficyna Wydawnicza "Impuls", Kraków 2005, s. 195.

bu uczenia się narodziła się w muzeach, centrach nauki, które dostosowując się do dzisiejszego odbiorcy, musiały przekształcić się z placówek wyłącznie kolekcjonerskich w instytucje edukacyjne i umożliwiające eksperymentowanie – *Nie przyglądaj się, ingeruj!*[2] (słowa I. Hackinga). Muzea (wystawy) interaktywne przyciągają zwiedzających poprzez nowatorskie sposoby tworzenia ekspozycji, do których można zaliczyć sześć elementów: nastawienie na widza, narracja, nacisk na edukację, interaktywność, wolność interpretacyjna oraz wieloperspektywiczność, różnorodność środków przekazu. Centralne miejsce na wystawie zajmuje przedmiot, poprzez niego odbywa się kształcenie – edukacja. Eksponaty umożliwiają widzowi różnorodny dostęp do tematu, zagadnienia, oddziałują na zainteresowania zwiedzającego stosownie do posiadanej przez niego wiedzy. Zawarty w nich przekaz treści zwiedzający może odkrywać w zależności od własnych predyspozycji i możliwości.

Interaktywność (z łac. *'interactus'* – czyn wzajemny) jest to *„zdolność do wzajemnego oddziaływania na siebie przez komunikujące się strony"*[3]. W słowie tym zawarte są dwa elementy: aktywność i współpraca/komunikacja. Ma to związek z dwoma aspektami. Pierwszy z nich dotyczy aktywnej koncepcji uczenia (H. Aeblie), czyli aktywności badawczej uczącego się i konstruującego wiedzę ucznia[4]. Drugi aspekt dotyczy komunikowania się *„uczący się, wchodząc we wzajemne interakcje, intensyfikują procesy poznawcze, a wiek w tym przypadku nie gra roli*"[5]. J. Kruk zwraca uwagę na fakt, że nie należy ograniczać interaktywności jedynie do relacji z drugim człowiekiem, ale należy również uwzględniać relację człowieka z przedmiotem. Badaczka definiuje interaktywność w edukacji *„jako taką relację z przedmiotem uwagi, w trakcie której dochodzi do ukształtowania go jako przedmiotu percepcji o rozszerzonym znaczeniu – w miarę postępowania procesu interakcji*"[6]. Percepcja, wiedza i doświadczenie zwiedzających są efektem działania wielu czynników, które decydują o ostatecznej interpretacji oraz o sposobie przebiegu interakcji na wystawie. Proces ten został przedstawiony przez J. Kruk w czterech krokach: *„**doświadczenie odbiorcy** – z czym mam do czynienia, co chcę zrozumieć?, **eksponat** – czym jest ten przedmiot?, jaki zawiera przekaz?, **odbiór (interakcja) z eksponatem** – rekonstrukcja sensu, **konstrukcja wiedzy** – interpretacja przekazu"*[7].

Opisaną wyżej formą zajęć wykorzystano do stworzenia studentom takich warunków podczas uczenia się matematyki, aby w bezpieczny i przyjemny dla siebie sposób mogli odkrywać, poznawać matematykę z nieco innej strony, tj. jako dziedziny wiedzy użytecznej w życiu, a zarazem dość interesującej i przede wszystkim przy włożonym wysiłku pracy możliwej do zrozumienia i dającej satysfakcję samodziel-

---

2 Za G. Karwasz, J. Kruk, *Idee i realizacje dydaktyki interaktywnej – wystawy, muzea i centra nauki,* Wydawnictwo Naukowe UMK, Toruń 2012, s. 19.

3 https://pl.glosbe.com/pl/pl/interaktywno%C5%9B%C4%87 (dostęp: 13.06.2018).

4 G. Karwasz, J. Kruk, op. cit., s. 16.

5 Op. cit., s. 17.

6 Ibidem.

7 G. Karwasz, J. Kruk, J. Chojnacka, *Edukacja multimedialna w centrach nauki i eksploratorach,* http://dydaktyka.fizyka.umk.pl/Publikacje_2011/Edukacja_Multimedialna.pdf (dostęp: 22.12.2017).

nego rozwiązania. Konstruując narzędzie do badań, tzn. stanowiska tematyczne, starano się, by umiejętności matematyczne, którą trzeba było zastosować, nie były trudne, a prezentowane problemy matematyczne nie były „nudną wiedzą szkolną", ponadto tak dobierano tematy problemów, aby mogły być one wykorzystane przez studentów w dalszej nauce lub przyszłej pracy.

Podstawy metodologiczne badań własnych

Aby poprawić jakość kształcenia, można wykorzystać badanie w działaniu (action research), którego celem jest zmiana praktyki przez łączenie poznawania ze zmianą praktyki edukacyjnej. W tym badaniu ważny jest kontekst sytuacyjny, rozwiązanie problemu odnosi się do tego kontekstu. Zdobyta w trakcie badania wiedza ma umożliwić zmianę praktyki (Czerepaniak-Walczak, s. 325). W swoim badaniu skoncentrowano się na przygotowaniu realizowania zajęć z edukacji matematycznej oraz komunikowania i wykorzystywania wyników do wprowadzania zmian w praktyce edukacyjnej. Organizowanie opisanych form prowadzenia zajęć z edukacji matematycznej zostało wykorzystane do opracowania i przeprowadzenia przez studentki biorące udział w badaniach zajęć dla dzieci wczesnoszkolnych z edukacji matematycznej, w formie interaktywnej. Natomiast w dalszej kolejności po uzupełnieniu przez dodatkowe zagadnienia posłużą do napisania i opublikowania skryptu z wykładami i ćwiczeniami z przedmiotu – dydaktyka matematyki dla studentów edukacji wczesnoszkolnej. Spostrzeżenia i uwagi na bieżąco były konsultowane z zawodowymi nauczycielami edukacji wczesnoszkolnej oraz naukowcami prowadzącymi swoje badania w obrębie edukacji matematycznej.

W ramach podjętych badań sformułowano pytanie badawcze: Czy interaktywna forma zajęć motywuje studentów edukacji wczesnoszkolnej do samodzielnego rozwiązywania problemów matematycznych? Przedmiotem badań były rozwiązania problemów oraz opinie badanych studentów. Wyznacznikami badanej motywacji były: liczba osób, które podjęły się rozwiązań danych problemów, poprawność tych rozwiązań, jak również opinia badanych na temat tego, czego się nauczyli, co im się udało zrobić, co ich zaciekawiło, co chcieliby jeszcze wiedzieć na dany temat oraz na co zwrócili uwagę podczas zajmowania się danym zagadnieniem. W badaniu wykorzystano metodę obserwacji swobodnej, testy osiągnięć szkolnych (narzędzie – karty pracy na poszczególnych stanowiskach) oraz metodę sondażu diagnostycznego (użyta technika – wywiad skategoryzowany).

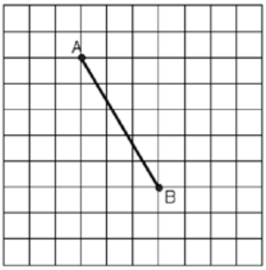
Badania poprowadzono w trzech seriach zagadnień, poniżej przedstawiono propozycję drugiej serii zagadnień. 82 studentów edukacji wczesnoszkolnej (53 osoby, studia niestacjonarne, 29 osób, studia stacjonarne) podzielono na osiem grup, aby każda z osób mogła swobodnie poruszać się po przygotowanych stanowiskach. Każda sesja dla wszystkich grup trwała 100 minut. Przy każdym stanowisku (dany problem tematyczny) oprócz przedmiotów do manipulacji zaprezentowano również wykorzystanie danego zagadnienia w życiu. Miało to na celu wzbudzenie większego zaciekawienia studentów danym zagadnieniem. Ponadto każde proponowane zagadnienie mogłoby przy odpowiednim przedstawieniu i opisaniu posłużyć do poprowadzenia zajęć matematycznych z dziećmi klas 1–3.

Opis stanowisk/problemów w pierwszej serii badań:

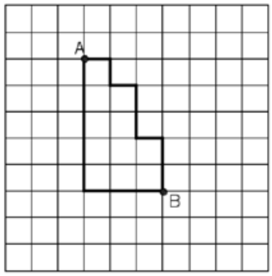
Na stanowisku pierwszym –„metryka taksówkowa[8]” podano dwa problemy do rozwiązania. Przed wprowadzeniem zadań wprowadzono niezbędne wyjaśnienie dotyczące porównania metryki euklidesowej i taksówkowej.

Popatrz na rysunki.

Rysunek 1.



Rysunek 2.

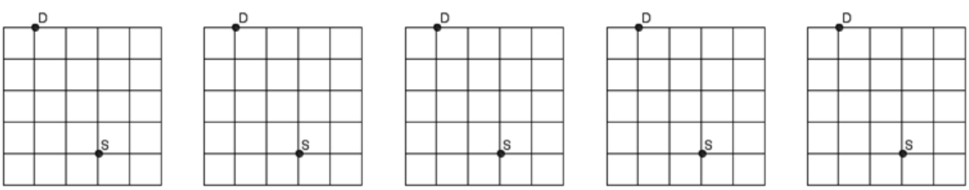


Znalezienie najkrótszej drogi od punktu A do B jest bardzo proste (rysunek 1), ponieważ polega na połączeniu tych punktów linią prostą. Nie możemy tego jednak dokonać w rzeczywistości miejskiej, bo oznaczałoby to, ze poruszamy się po budynkach, krzakach itp., a nie chodnikach czy ulicach. Dlatego też najkrótszą drogą z punktu A do B jest 8 jednostek (małych kratek) – rysunek 2. W zadaniu tym wykorzystujemy metrykę miejską (taksówkową).

Na stanowisku zaprezentowano geoplany z zaznaczonymi punktami A i B oraz D i S (treść zadania 1) oraz udostępniono gumki. Studentki mogły wykorzystywać te przedmioty podczas szukania rozwiązania dwóch zadań.

Treść zadania 1.

Narysuj kilka najkrótszych dróg prowadzących z punktu D do punktu S w metryce miejskiej

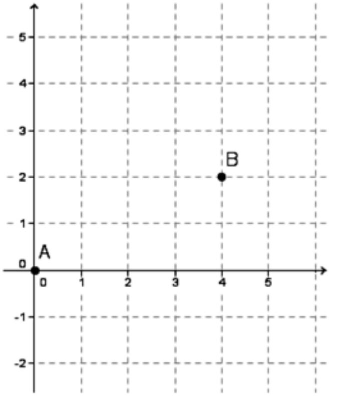


8 Opracowane na podstawie: J. Gómez, *Tam, gdzie proste są krzywe. Geometria nieeuklidesowa*, tłum. H. Saeki, BUKA Books Sławomir Chojnacki, Warszawa 2012, s. 11–24; I. Moscovich, „BrainMatics. Logische Rätsel 1, H. F. Ullmann, Köln 2009, s. 35; C. Alsina, *Plany metra i sieci neuronowe. Teoria grafów*, tłum. M. Jóźwikowski, BUKA Books Sławomir Chojnacki, Kraków 2012.

Treść zadania 2.

Wyobraź sobie, że masz wybudować autostradę w mieście, aby połączyć ze sobą dwie dzielnice. Najważniejszymi miejscami dla mieszkańców są punkty A i B. Twoja autostrada musi ponadto spełniać dwa warunki:

1. Każdy pojazd jadący autostradą powinien mieć tak samo daleko do A i do B.
2. Musi być wyburzonych jak najmniej budynków (budynki znajdują się wewnątrz kwadratów siatki).
3. Narysuj rozwiązanie problemu na rysunku.



Przy każdym stanowisku była wywieszona teoria dotycząca danego zagadnienia. Przy ekspozycji pierwszej oprócz informacji dotyczącej własności w metryce taksówkowej umieszczono również wzór na obliczanie liczby najkrótszych dróg składających się z n kroków do góry i m kroków w jedną stronę.

Na stanowisku drugim – „ciąg Fibonacciego" był kalendarz z dwunastoma miesiącami i króliki, które studentki mogły wykorzystać podczas rozwiązywania problemu pierwszego.

Treść zadania 1.

Zmierz się z zagadką Fibonacciego[9]:

Oblicz, ile par królików będziesz miał po roku, jeżeli:

- każda para staje się płodna po 2 miesiącach,
- każda para rodzi jedną nową parę co miesiąc,
- króliki nigdy nie umierają?

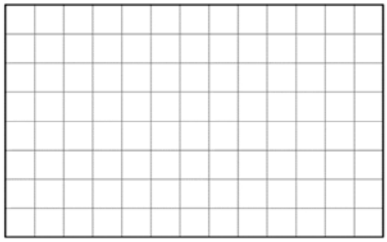
Numer miesiąca	Liczba par	Suma par królików
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

Zadanie drugie miało związek z liczbami Fibonacciego i dotyczyły złotego prostokąta.

9 Opracowane na podstawie: I. Moscovich, *BrainMatics. Logische Rätsel 1*, H.F. Ullmann, Köln 2009, s. 43–45.

Treść zadania 2.

Mamy prostokąt o wymiarach 13 cm na 8 cm. Narysuj jak największe kwadraty (o jednostce centymetrowej), a następnie oblicz sumę pól tych kwadratów i porównaj z polem wyjściowego prostokąta.



W części teoretycznej oprócz informacji na temat ciągu Fibonacciego i złotej liczby umieszczono również wszechstronne ich występowanie w przyrodzie, architekturze itp.

Na ekspozycji trzeciej – „karty kredytowe, paski kreskowe[10]" studenci w zadaniu pierwszym zapoznawali się z algorytmem sprawdzania poprawności numeru na karcie kredytowej[11], a następnie sprawdzali poprawność innego numeru karty kredytowej. W zadaniu drugim zapoznawali się z algorytmem sprawdzania poprawności liczby kontrolnej dla pasków kreskowych[12], a następnie mieli odszukać brakującą cyfrę z paska kreskowego. Poprawność znalezionej cyfry mogli sprawdzić na pudełku od lalki Maszy, które leżało na tym stanowisku.

Algorytm sprawdzania poprawności numeru na karcie kredytowej	**Algorytm sprawdzania poprawności liczby kontrolnej dla pasków kreskowych**
Krok 1. Zapisanie cyfr numeru karty kredytowej bez ostatniej cyfry – cyfry kontrolnej.	Krok 1. Zapisanie cyfr paska kreskowego.
Krok 2. Zapisanie cyfr na pozycjach parzystych.	Krok 2. Zapisanie cyfr na pozycjach nieparzystych.
Krok 3. Obliczenie sumy cyfr na pozycjach parzystych.	Krok 3. Obliczenie sumy cyfr na pozycjach nieparzystych.
Krok 4. Liczba cyfr na pozycjach parzystych większych niż 4.	Krok 4. Zapisanie cyfr na pozycjach parzystych.
Krok 5. Obliczenie sumy kroku 3 i 4.	Krok 5. Obliczenie sumy cyfr na pozycjach parzystych.
Krok 6. Zapisanie cyfr na pozycjach nieparzystych.	Krok 6. Przemnożenie tej sumy przez liczbę 3.
Krok 7. Obliczenie sumy cyfr na pozycjach nieparzystych.	Krok 7. Obliczenie sumy liczb z kroku 3 i 6

[10] Opracowane na podstawie: J. Gómez, *Matematycy, szpiedzy i hakerzy*, tłum. T. Idziaszek, BUKA Books Sławomir Chojnacki, Toruń 2012, s. 90–88–96; I. Moscovich, *BrainMatics. Logische Rätsel 2*, H.F. Ullmann, Köln 2009, s. 91–92.

[11] Algorytm został podany w tabeli.

[12] Algorytm został podany w tabeli.

Krok 8. Obliczenie sumy kroku 6, 7 i liczby 1.	Krok 8. Obliczenie reszty z dzielenia wyniku z kroku 7 przez 10.
Krok 9. Obliczenie reszty z dzielenia wyniku z kroku 8 przez liczbę 10.	Krok 9. Cyfra kontrolna paska jest równa 0, jeśli poprzednim wynikiem było 0, w przeciwnym wypadku jest to różnicą liczby 10 i wyniku poprzedniego (krok 8).
Krok 10. Cyfra kontrolna karty jest równa 0, jeśli poprzednim wynikiem było 0, w przeciwnym wypadku jest to różnicą liczby 10 i wyniku poprzedniego (krok 9).	

W części teoretycznej oprócz informacji na temat historii dotyczącej algorytmów poznanych w zadaniu pierwszym i drugim podano opis cyferek na pasku kreskowym, tj. które cyferki oznaczają kraj, producenta, produkt i cyfrę kontrolną.

Na stanowisku czwartym została opisana zagadka logiczna dotycząca przeprawy wilka, kozy i kapusty na drugą stronę rzeki. Po zapoznaniu się z nią studenci mieli znaleźć rozwiązania do dwóch logicznych zagadek dotyczących przeprawienia przez rzekę kanibali i misjonarzy oraz żołnierzy i chłopców[13]. Na stanowisku była plansza z rzeką oraz pionki w dwóch kolorach, które miały służyć do manipulacji w trakcie rozwiązywania zagadek. Treści zagadek do rozwiązania podano w tabeli.

Treść zagadki 1. Kanibale i misjonarze	**Treść zagadki 2. Żołnierze i chłopcy**
3 głodnych kanibali i 3 misjonarzy musi przepłynąć rzekę. Mają do dyspozycji tylko jedną łódkę, w której jednorazowo mieszczą się 2 osoby. Nie może wystąpić sytuacja, że na jakimś brzegu rzeki będzie więcej kanibali niż misjonarzy (ci, którzy płyną łódką na brzeg, również się liczą), gdyż wówczas kanibale mogą pożreć misjonarzy. Czy można przewieźć te 6 osób na drugą stronę rzeki i ile (najmniej) przepływów łódką należy wykonać (liczy się każdy przepływ w jedną i drugą stronę).	3 żołnierze muszą przeprawić się przez rzekę. 2 chłopców, którzy mają jedną łódkę, chce im pomóc. Do ich łódki wchodzi jednorazowo 2 chłopców albo jeden żołnierz. Żaden z żołnierzy i chłopców nie umie pływać. Jak ci żołnierze mogą przeprawić się przez rzekę i zwrócić chłopcom łódkę.

W części teoretycznej oprócz informacji na temat historii zagadek logicznych i ich wykorzystania np. w psychologii. Podano również informacje dotyczące różnych kostek Rubika.

[13] Opracowane na podstawie: I. Moscovich, *BrainMatics. Logische Rätsel 2*, H.F. Ullmann, Köln 2009, s. 80–83.

Na ekspozycji piątej – „matematyka w sztuce" znajdowało się lustro walcowate i zadania dotyczące kodowania na siatce deformacyjnej.

Treść zadania 1.

Na siatce deformacyjnej zamaluj odpowiednimi kolorami następujące pola:

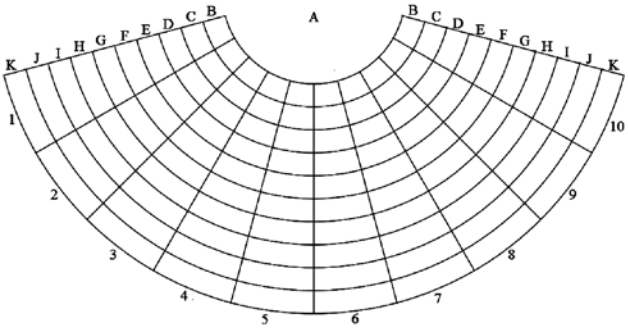
Żółty: 3k, 4k, 5k, 2j, 6j, 1 i, 7i

Niebieski: 3i, 5i

Brązowy: 4g

Czerwony: 2f, 6f, 3e, 4e, 5e, 4d.

A następnie sprawdź lustrem walcowatym jaki obrazek otrzymałeś.



Treść zadania drugiego brzmiała: Podaj współrzędne do narysowania serca na siatce deformacyjnej. W części teoretycznej oprócz informacji na temat historii obrazów anamorficznych przedstawiono również szerokie wykorzystanie ich w życiu, np. na ulicach miast, w malarstwie itp.

W tabeli 1 opisano wiedzę i umiejętności matematyczne, jakich mogli nauczyć się studenci, pracujący na poszczególnych stanowiskach.

Tabela 1. Opis umiejętności matematycznych studentów na stanowiskach

Stanowisko 1: metryka taksówkowa	Student umie wyznaczać różne łamane o danych własnościach i długości. Student znajduje wszystkie możliwości, które spełniają warunki zadania.
Stanowisko 2: ciąg Fibonacciego	Student umie wypełnić prostokąt kwadratami różnej wielkości i obliczyć jego pole dwoma sposobami. Student znajduje regułę wyszukiwania kolejnych liczb w ciągu.
Stanowisko 3: karty kredytowe, paski kreskowe	Student umie zastosować podany algorytm do obliczeń. Student zna pojęcia liczba parzysta, nieparzysta, reszta z dzielenia przez liczbę 10. Student umie rozwiązać równanie.
Stanowisko 4: zagadki logiczne	Student umie schematycznie zapisywać kroki poszczególnych przepłynięć łódką.
Stanowisko 5: matematyka w sztuce	Student umie kodować i rozkodowywać obrazki.

Źródło: opracowanie własne.

Analiza wyników badań własnych

Problem pierwszy rozwiązywało 53% wszystkich studentów. Wszystkie 15 możliwości w zadaniu 1 narysowało 31% osób. Studenci albo powtarzali drogi już narysowane, albo nie znajdowali wszystkich. Problem drugi rozwiązało poprawnie tylko 17%. Studenci znaleźli dwa różne poprawne rozwiązania poprowadzenia tej autostrady. Z wypowiedzi badanych wynikało, że podczas pracy na tym stanowisku nauczyli się: „odnajdywania najkrótszych dróg (S2)[14]", „jest wiele dróg dojścia do celu (N23)", „istnieje metryka taksówkowa (N25)". Niektórzy bardziej emocjonalnie podeszli do tego, traktując rozwiązanie problemu jako osiągnięcie, które udało im się zrobić: „rozwiązać wszystkie zadania (S5)", „znaleźć wiele różnych najkrótszych możliwości dojścia (S13)", „stworzyć różne trasy z jednego do drugiego punktu (N3)", „stworzyć różne trasy o tej samej długości (N21)", „odnaleźć kilka rozwiązań tego samego zadania (S15)", „wybudować drogę w zadaniu drugim (S14)". Niektóre osoby wspomniały również o tym, co ich zaciekawiło podczas rozwiązywania problemów na tym stanowisku: „że istnieje metryka taksówkowa (N45)", „że można rozplanować drogę na różne sposoby (S29)", „geoplan", „odnajdowanie dróg i nazwa metody i chciałabym poznać jej historię (N12)". Były również osoby, które wspomniały, że chciałyby dowiedzieć się więcej na dany temat: „różnych dróg" (N25)", „o metryce miejskiej (N19)", „o zastosowaniu tych zadań, czy tak buduje się drogi? (N27)", „o geoplanie i jego wykorzystaniu (S7)", „na temat zastosowania metryki miejskiej (S17)". Studentki zarówno studiów stacjonarnych, jak i niestacjonarnych zauważyły, jaki trud pracy trzeba włożyć, aby wyznaczyć wszystkie drogi w metryce taksówkowej, ponadto: „że zawsze można odnaleźć najkrótszą drogę (N44)", „że na geoplanie można zrobić wiele zadań (S18)", „można dopasować te zadania do wieku dzieci (N47)", „tego typu zadania są ciekawe (N51)", „że jest to świetna zabawa (S14)". Były też osoby, których zainteresowały „łatwość pracy, gdy można sobie zobrazować problem (S25).

Na drugim stanowisku pracowało 63% wszystkich studentów. 42% osób obliczyło poprawnie liczbę wszystkich par królików po roku, osobom tym również udało się znaleźć sposób szukania kolejnych liczb ciągu Fibonacciego. Najczęstsze błędy polegały na tym, że studentki nie uwzględniły w danym miesiącu wszystkich par płodnych królików, biorąc jedynie jedną, prawdopodobnie tę, która stawała się płodna. 56% studentów rozwiązało poprawnie zadanie drugie, obliczając pole prostokąta, przez pomnożenie jego wymiarów i poprzez dodanie sum pól wyznaczonych kwadratów: 8 na 8, 5 na 5, 3 na 3, 2 na 2 oraz dwóch o wymiarach 1 na 1. Osoby, którym się to nie udało, tylko podzieliły prostokąt na kwadraty, ale nie obliczyły pól. Była również osoba, która nie podzieliła prostokąta na największe możliwe kwadraty, lecz na kwadraty jednostkowe. Z wypowiedzi studentów wynikało, że podczas pracy na tym stanowisku nauczyli się faktów dotyczących problemu pierwszego: „istnieje ciąg Fibonacciego (N27)", „reguła tego dodawania coraz większej liczby do liczby

[14] Wyjaśnienie kodowania odpowiedzi: S – studenci stacjonarni, N – studenci niestacjonarni.

poprzedniej (S13)", „że w ciągu Fibonacciego jest ukryta analogia" i drugiego: „pole figury jest równe sumie pól pozostałych figur, które się w niej mieszczą (N21)". Kilka osób poprawne wykonanie zadania potraktowało jako swój sukces: „podzielić prostokąt na kwadraty (N33)", „obliczyć ile par królików będzie na koniec roku (S22)", „dostrzec analogię (S5)". Niektóre osoby wspomniały również o tym, co ich zaciekawiło podczas rozwiązywania problemów na tym stanowisku, sam problem: „mnie sposób, w jaki można podzielić prostokąt (N52)", „to jakie figury mogłyby mieścić się jeszcze w prostokącie (S23)", „o tego typu zadaniach (N36)", jak również pomysł na zadanie: „(N45)". Były również osoby, które wspomniały, że chciałyby dowiedzieć się więcej o faktach dotyczących problemu drugiego: „kiedyś sprawdzić inne sposoby podziału prostokąta (S13)" i problemu pierwszego: „o tym jak szybciej obliczyć pary królików (S26)", „informacji na temat ciągów (N39)", „o zastosowaniu ciągu Fibonacciego w życiu (S18)". Studenci zarówno studiów stacjonarnych, jak i niestacjonarnych zauważyli, że „suma pól kwadratów jest równa polu prostokąta (S17)", że powierzchnie takiej samej powierzchni nie zostają zachwiane (N17)".

Problem 3 rozwiązywało 52% wszystkich studentów. 67% studentów udało się poprawnie sprawdzić cyfrę kontrolną karty kredytowej. Największe trudności w tym zadaniu pojawiły się podczas wyznaczania reszty z dzielenia przez liczbę 10 (krok 9) oraz krok 10. 30% badanych poradziło sobie ze znalezieniem brakującej cyfry w pasku kreskowym. Najtrudniejsze okazało się ułożenie równania i rozwiązanie go. Z wypowiedzi studentów wynikało, że podczas pracy na tym stanowisku nauczyli się: „jak obliczać numer karty kredytowej (N24)", „można sprawdzić poprawność numeru karty kredytowej (S15)", „odczytywać kody kreskowe (N53)". Kilka osób za sukces uznało jedynie „odnaleźć brakującą cyfrę w pasku kreskowym (N23)", „sprawdzić, czy dana karta jest prawdziwa (S13)". Niektóre osoby wspomniały również o tym, co ich zaciekawiło podczas rozwiazywania problemów na tym stanowisku: „sposób obliczania tego wszystkiego (N25)", „że istnieją takie sposoby na sprawdzanie numerów (S1)", „odczytywanie informacji z paska kreskowego (S28)", jak również to, „czy takie zadanie interesowałoby dzieci (N35)". Były również osoby, które wspomniały, że chciałyby dowiedzieć się więcej o systemach pozycyjnych: „jak skonstruować taki algorytm (S15)", „o innych podobnych sposobach sprawdzania wiarygodności (S16)". Studentki zarówno studiów stacjonarnych, jak i niestacjonarnych zauważyły, "jak niewiele potrzeba by odkryć, czy ktoś posiada podrobioną kartę (N22)", „że jest to bardzo ciekawe (S3)".

Na stanowisku czwartym pracowało 62% wszystkich studentów. Rozwiązanie pierwszej zagadki znalazło 73% pracujących nad tym problemem, ale tylko 10% zrobiło to w 11 (najmniejsza liczba przepłynięć) krokach i umiejętnie to zapisało. Rozwiązanie drugiej zagadki znalazło 90%, ale tylko 40% zrobiło to w najmniejszej (12 kroków) liczbie przepłynięć. Z wypowiedzi studentów wynikało, że podczas pracy na tym stanowisku nauczyli się: „wszystko da się rozwiązać (N4)", „rozwiązać drugą łamigłówkę (N6)", „rozwiązać obie zagadki (S9)". Niektóre osoby wspomniały również o tym, co ich zaciekawiło podczas rozwiązywania problemów na tym stanowisku, sam problem: „tego typu zagadki (N33)", „pomysł na to zadanie z planszą i pionkami (S37)" oraz możliwość wykorzystania eksponatu podczas rozwiązania zadań przez dzieci. Były również osoby, które wspomniały, że chciałyby dowiedzieć się więcej „na temat łatwiejszego sposobu rozwiązania (S24)". Studentki zarówno studiów stacjonarnych, jak i niestacjonarnych zauważyły, „że wszystkie tego typu zadania polegają na tym samym (N42)", „że jest to złożone zadanie i przydatna jest pomoc drugiej osoby (S23)".

Na ostatnim stanowisku pracowało 39% wszystkich studentów. Pierwsze zadanie poprawnie narysowało i sprawdziło lustrem. 69% poprawnie wykonała zadanie pierwsze, a 65% zadanie drugie. Z wypowiedzi studentów wynikało, że podczas pracy na tym stanowisku nauczyli się, że: „w odbiciu lustrzanym stworzona siatka wygląda inaczej (S11)", „konstruowanie obrazka na siatce (N33)", „można na siatce deformacyjnej stworzyć własny obrazek (N35)", „na siatce deformacyjnej można stworzyć piękne obrazy (S22)", „obraz musi być rozciągnięty by wyglądać dobrze w innej perspektywie (N16). Kilka osób poprawne wykonanie zadania potraktowało jako swój sukces: „zaplanować rysunek serca" (N24), „podać współrzędne do narysowania serca (S12)". Niektóre osoby wspomniały również o tym, co ich zaciekawiło podczas rozwiązywania problemów na tym stanowisku: „powstawanie obrazów (S9)", „w odbiciu lustrzanym może powstać coś zupełnie innego niż na kartce (S26)", „sposób tych zadań, sposób sprawdzania na tym lustrze (N31)", „w ten sposób używanie siatki (S29)", „z tak prostej siatki może powstać wiele interesujących kształtów i tworzyć ciekawe zajęcia dla dzieci (N12)". Były również osoby, które wspomniały, że chciałyby dowiedzieć się więcej „o tym w jaki sposób w odbiciu lustrzanym powstaje coś zupełnie innego (S12)", „na temat lustra walcowatego (N34)", „o siatkach i współrzędnych (S18)", „na temat tworzenia obrazów anamorficznych (S27)". Studentki zarówno studiów stacjonarnych, jak i niestacjonarnych zauważyły, że „zwykłe zamalowane kratki tworzą w lustrze walcowatym piękne obrazy (N33)".

Forma i tematyka tych zajęć oprócz motywacji studentów do podjęcia prób rozwiązywania problemów matematycznych miała być również inspiracją dla studentek do zaplanowania i przeprowadzenia zajęć dla dzieci z klas 1–3. I tak się stało, dwie studentki wykorzystały inspiracje problemem pierwszym, przygotowując dla dzieci zajęcia polegające na określaniu długości obwodu różnych prostokątów bez obliczania ich. Natomiast trzy osoby wykorzystały gumki i geoplan do problemu znajdowania różnych dróg dojścia z jednego punktu do drugiego. Dwie osoby zaproponowały stanowisko, w którym dzieci miały wypełniać dany prostokąt różnymi figurami, tj. różnymi wielokątami wypukłymi foremnymi, kołami, okręgami i innymi kształtami, np. w kształcie gwiazdek – wielokąt wklęsły. Podczas tych aktywności dzieci miały zapewnione kartki papieru A4 oraz wycięte figury, które mogły obrysowywać na kartkach. Trzy studentki zaproponowały wykonywanie bałwanka (przyklejana na kartce papieru), według opisanego przez nie algorytmu. Pięć osób przygotowało stanowiska, na których była plansza, papierowa kapusta, wilk i koza oraz tabelka do zapisywania ruchów przemieszczania tych rzeczy na drugą stronę rzeki. Siedem osób zaproponowało dzieciom aktywność polegającą na kodowaniu różnych obrazów za pomocą kwadratowej siatki i różnokolorowych koralików.

Wnioski z badań

Z przeprowadzonych badań wynika, że interaktywna forma uczenia się wywołała większą motywację u większości studentów do rozwiązywania problemów matematycznych niż podczas prowadzonych ćwiczeń tradycyjnymi metodami. Studentkom podobał się fakt, że mogły decydować, który problem, w jakiej kolejności, jak długo i z kim mogą rozwiązywać. Dodatkowo doceniły to, że zostały pochwalone nawet za małe kroki w rozwiązaniu, a także za podjęcie prób rozwiązywania zadań. Ponadto po zajęciach mogły jeszcze pracować, np. w domu nad rozwiązaniem, a swoimi efektami pochwalić się na kolejnych zajęciach, na których omówiono poszczególne zadania, bez ich wartościowania (ocenie podlegała dopiero propozycją i przeprowadzenie zajęć interaktywnych dla uczniów).

Studentki po zajęciach określały je jako przyjemne „że jest przy tym fajna zabawa (N12)", „jak łatwo i przyjemnie można wykorzystywać matematykę (S13)" i nawiązywały do swoich dziecięcych wspomnień, gdzie dodawały, że matematyka jeszcze nie była taka trudna. Badanym przypadła do gustu również forma zajęć – „można ciekawie zrobić zadania z matematyki w oparciu o jakąś historyjkę" (N22)", „takie zadania sprawiają przyjemność (S34)", „jak łatwo i przyjemnie można wpłynąć na rozwój, zdolności matematyczne (N8)". Zajęcia wzbudziły u większości badanych zaciekawienie: „chciałabym więcej wiedzieć, na temat takich zasad i zagadek (S32)", jak również docenienie: „zauważyłam, jak matematyka jest potężna (S15)".

Propozycje studentek dotyczące zajęć dla dzieci po przeprowadzeniu opisanych powyżej warsztatów w formie interaktywnej były w większości bardziej niż dotychczas inspirujące do formułowania ciekawych problemów badawczych dla dzieci.

Podsumowując, kształtowanie środowiska społecznego sprzyjającego efektywnemu uczeniu się, otoczenia, w którym studenci/uczniowie przejawialiby wysoką motywację do rozwiązywania zadań z matematyki jest wielkim wyzwaniem. Dlatego też kluczowym zadaniem nauczycieli jest budowanie ogólnego klimatu życzliwości, „w którym uczniowie mają pozytywny stosunek do siebie; struktury i procesy, które zaspokajają potrzeby uczniów i sprawiają, że uczniowie wytrwale zajmują się zadaniami dydaktycznymi, współpracując między sobą; opanowaniem przez uczniów umiejętności społecznych, niezbędnych, aby sprostać poznawczym i społecznym wymaganiom otoczenia" (Arends, 1998, s. 122).

Bibliografia

1. Alsina C. (2012), *Plany metra i sieci neuronowe. Teoria grafów,* tłum. M. Jóźwikowski, BUKA Books Sławomir Chojnacki, Kraków.
2. Arends R.I. (1998), *Uczymy się nauczać.* WSiP, Warszawa.
3. Borowiec E. (2021), *Egzaminowanie w edukacji zdalnej a kształtowanie podmiotowości studentów kierunków nauczycielskich.* Zeszyty Naukowe Wyższej Szkoły Humanitas. Pedagogika, 23.
4. Czerepaniak-Walczak M. (2010), *Badanie w działaniu.* W: S. Palka (red.), *Podstawy metodologii badań w pedagogice.* Gdańsk.
5. Gómez J. (2012), *Tam, gdzie proste są krzywe. Geometria nieeuklidesowa,* tłum. H. Saeki, BUKA Books Sławomir Chojnacki, Warszawa.
6. Gómez J. (2012), *Matematycy, szpiedzy i hakerzy,* tłum. T. Idziaszek, BUKA Books Sławomir Chojnacki, Toruń 2012.
7. Karwasz G., Kruk J. (2012), *Idee i realizacje dydaktyki interaktywnej – wystawy, muzea i centra nauki,* Wydawnictwo Naukowe UMK, Toruń.
8. Karwasz G., Kruk J., Chojnacka J. (2011), *Edukacja multimedialna w centrach nauki i eksploratorach,* http://dydaktyka.fizyka.umk.pl/Publikacje_2011/Edukacja_Multimedialna.pdf.
9. Krajewska A. (2021), *Aktywne uczenie się studentów – potrzeba czy konieczność w kształceniu online.* Zeszyty Naukowe Wyższej Szkoły Humanitas. Pedagogika, 23.
10. Kruk J. (2005), *Eksploratorium jako miejsce alternatywnego uczenia się na przykładzie projektu Artefaktum*, [w:] *Uczenie się jako przedsięwzięcie na całe życie*, red. T. Bauman, Oficyna Wydawnicza „Impuls", Kraków.
11. Moscovich I. (2009), *BrainMatics. Logische Rätsel 1 i 2*, H.F. Ullmann, Köln.
12. Sawyer W.W. (1988), *Matematyka nauką przyjemną,* Warszawa.

dr hab. Agnieszka Bojarska-Sokołowska
Uniwersytet Warmińsko-Mazurski, Olsztyn